

FISICA-TECNICA

Statica e dinamica dei fluidi

Katia Gallucci

1

- I gas, insieme ai liquidi sono sostanze capaci di scorrere o di fluire e vengono compresi nella categoria detta dei FLUIDI.
- Per esempio, il gas naturale usato nel riscaldamento domestico fluisce in condutture sotterranee, e il vento è semplicemente aria, una miscela di gas (in prevalenza azoto e ossigeno), che fluisce da un luogo all'altro prevalentemente a causa di differenze di densità tra zone diverse dell'atmosfera.

Lo studio dei fluidi si suddivide in due settori:

- la **statica dei fluidi** studia le proprietà dei fluidi in quiete
- la **dinamica** studia le proprietà associate al moto dei fluidi

2

Densità

- La densità assoluta o semplicemente densità di un gas o di un liquido è una proprietà che ne determina il comportamento come fluido. Essa si denota generalmente con il simbolo ρ (lettera "ro" dell'alfabeto greco) ed è la massa m della sostanza in esame divisa per il suo volume V

$$\rho = m / V$$

- L'unità di misura della densità nel Sistema Internazionale è il kg/m^3 .
- In generale, volumi uguali di sostanze diverse hanno masse diverse e, quindi, la densità dipende dalla natura della sostanza.

3

- Le densità dei gas sono minori poiché le molecole dei gas sono relativamente distanti fra loro
- La densità delle sostanze dipende dalla temperatura e dalla pressione a cui viene misurata. I gas sono i più soggetti a questa influenza
- Un metodo conveniente per confrontare le densità di varie sostanze è usare il concetto di densità relativa
- La densità relativa di una sostanza è la sua densità riferita alla (divisa per la) densità di una sostanza di riferimento, di solito acqua a 4°C .

4

La pressione

- La pressione p è il modulo F della forza agente perpendicolarmente a una superficie riferito all'area (diviso per l'area) A della superficie su cui la forza agisce:

$$p = F/A$$

- L'unità di misura nel Sistema Internazionale è il Newton al metro quadrato (N/m^2) o pascal (Pa)
- A causa degli urti contro le altre molecole e contro la parete del recipiente, ciascuna molecola di aria si muove lungo una traiettoria che è costituita da segmenti diretti ed orientati casualmente. A causa degli urti delle molecole contro la superficie, l'aria esercita una forza su ogni parte delle superficie

5

- Sopra la superficie terrestre c'è tanta aria da creare la seguente pressione al livello del mare:
pressione atmosferica (slm) = $1,01325 \cdot 10^5$ Pa
- Una pressione di questo valore costituisce un'unità di misura della pressione detta atmosfera (simbolo: atm):

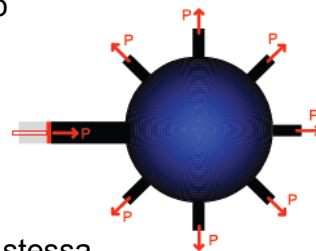
$$1 \text{ atm} = 1,01325 \cdot 10^5 \text{ Pa.}$$

6

Principio di Pascal

- Il principio di Pascal (1653) dice che in un fluido incompressibile e quindi di densità identica in tutti i suoi punti, la pressione esercitata in qualunque sua parte viene trasmessa inalterata in ogni suo punto e in ogni sua direzione.

Relativamente alla figura, esercitando per mezzo del pistone a sinistra una pressione P sul fluido, esso comincerà ad uscire dalle aperture del contenitore raggiungendo la stessa distanza, sintomo che la pressione agente è la stessa.



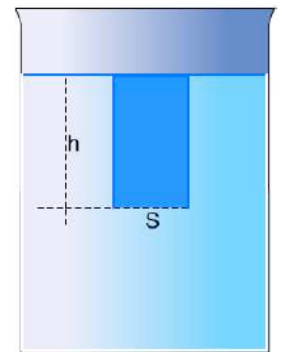
7

Legge di Stevino

- Ci si propone di determinare la pressione che un liquido esercita ad una profondità h . Allo scopo si immagini di isolare una colonna di liquido di altezza h e di area di base S .
- Poiché il liquido è incompressibile, la sua densità non varia con la profondità e la pressione che esso esercita sulla superficie S può essere calcolata come segue:

$$P = \frac{\text{peso della colonna di liquido}}{\text{area di base della colonna}} = \frac{\rho g V}{S} = \frac{\rho g h S}{S} = \rho g h$$

- La pressione è direttamente proporzionale alla profondità e dipende dalla densità del fluido (Legge di Stevino, 1586).



8

- Si è tentati di applicare l'equazione $P_2 = P_1 + \rho gh$ a tutti i fluidi, ma non è lecito farlo. Infatti, nel determinare l'incremento di pressione ρgh , abbiamo supposto che la densità ρ sia la stessa a ogni quota h , cioè, che il fluido sia incompressibile. Questa ipotesi è valida con buona approssimazione per i liquidi
- Nei gas, invece, gli strati inferiori sono compressi dal peso degli strati superiori, con la conseguenza che la loro densità varia con la quota. Se applicata ai gas, la relazione $P_2 = P_1 + \rho gh$ può essere usata soltanto quando h è tanto piccola quanto basta per potere trascurare qualsiasi variazione di ρ .

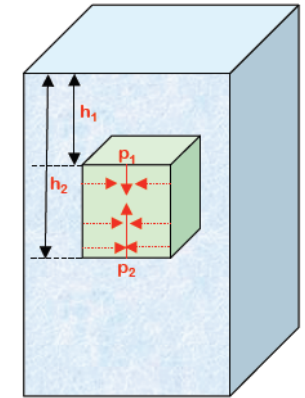
9

Principio di Archimede

- Un corpo immerso interamente o parzialmente in un fluido è soggetto ad una spinta (forza) di galleggiamento (F_A) verso l'alto di intensità pari al peso ($m_{\text{fluido}}g$) del fluido spostato dal corpo stesso

$$F_A = m_{\text{fluido}} g$$
- Consideriamo un corpo immerso in un liquido di densità ρ . Tenendo presente che per il principio di Pascal le pressioni sulle facce laterali si equilibrano, le pressioni p_1 e p_2 sono invece diverse, con $p_1 < p_2$ per la legge di Stevino. Dato che le superfici superiore ed inferiore sono uguali, anche la forza F_2 sarà maggiore della forza F_1 . La differenza $F_2 - F_1$ è detta spinta di galleggiamento e vale:

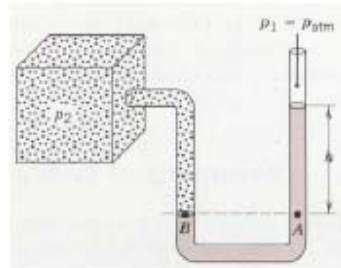
$$F_A = F_2 - F_1 = (p_2 - p_1)S = (\rho gh_2 - \rho gh_1)S = \rho g(h_2 - h_1)S = \rho gV$$



10

Misura della pressione

- Per determinare la pressione nel recipiente si può usare la relazione $P_2 = P_1 + \rho gh$. Alla sommità della colonna destra si ha la pressione atmosferica, cosicché $p_1 = p_{\text{atm}}$. Inoltre, la pressione P_2 è la stessa nei punti A e B. Perciò, $P_2 = P_{\text{atm}} + \rho gh$. Riordinando, si può scrivere questo risultato come $P_2 - P_{\text{atm}} = \rho gh$
- L'altezza h è direttamente proporzionale a $P_2 - P_{\text{atm}}$, che è detta pressione relativa. La pressione relativa è la differenza tra la pressione nel recipiente e la pressione atmosferica. Il valore effettivo di P_2 è detto pressione assoluta.



11

Dinamica dei fluidi

- La dinamica dei fluidi studia il moto dei fluidi, ossia delle correnti fluide. Esistono diversi tipi di correnti fluide:
 - stazionaria o non stazionaria;
 - comprimibile o incompressibile;
 - viscosa o non viscosa;
 - rotazionale o non rotazionale.
- In una corrente stazionaria la velocità (vettoriale) delle particelle di fluido in ogni punto è costante nel tempo.
- La maggior parte dei liquidi è incompressibile. Per contro i gas sono altamente comprimibili.
- Un fluido è viscoso quando non fluisce facilmente (es. il miele). Invece un fluido con viscosità nulla fluisce senza impedimenti o attriti.

12

Equazione di continuità

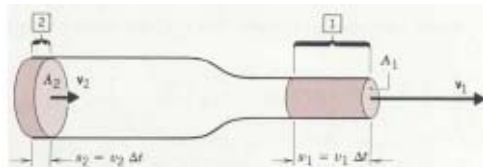
- Studiare la dinamica dei fluidi serve per misurare la velocità o la portata di un fluido che scorre in un condotto o ancora, per calcolare quale pressione dovrà avere un fluido per fare in modo che arrivi alle utenze finali con un dato valore di portata.
- Questi problemi si risolvono applicando al fluido in questione i cosiddetti bilanci di massa e di energia.
- **Bilancio di massa (Equazione di continuità)**
- Chiunque abbia usato il pollice per regolare l'acqua uscente all'estremo di una manichetta avrà osservato che la velocità dell'acqua aumenta notevolmente quando il pollice riduce l'area della sezione trasversale dell'apertura della manichetta.

13

- Questo tipo di comportamento dei fluidi è descritto quantitativamente da una relazione nota come **equazione di continuità**.
- L'equazione esprime il concetto che la massa di fluido che entra da un estremo di un tubo deve uscire dall'altro estremo se nel tratto considerato non si verificano entrate o uscite di fluido. Per esempio, se un fluido entra in un tubo con una portata in massa di 5 kg/s, esso deve uscire con la stessa portata, sempre che, fra il punto di entrata e il punto di uscita, non ci siano sorgenti né pozzi che aggiungano o sottraggano fluido.

14

- La figura rappresenta una massa elementare di fluido, in moto lungo un tubo. A monte della posizione 2, dove il tubo ha una sezione trasversale di area A_2 , il fluido ha (modulo della) una velocità v_2 e una densità ρ_2 . A valle della posizione 1, le grandezze corrispondenti sono A_1 , v_1 , e ρ_1 . Durante un piccolo intervallo di tempo Δt , il fluido nel punto 2 percorre uno spazio $s_2 = v_2 \Delta t$.



15

- Il volume di fluido che è fluito per questo punto è
$$A_2 s_2 = A_2 v_2 \Delta t$$
- La massa Δm di questo elemento di fluido è il prodotto della densità per il volume:
$$\Delta m = \rho A_2 v_2 \Delta t$$
- Dividendo Δm per Δt si ottiene la portata in massa Q [la massa che fluisce riferita all'intervallo di tempo (divisa per l'intervallo di tempo) durante il quale fluisce].
- Un ragionamento identico conduce alla portata in massa nella posizione 1. Poiché nessuna quantità di fluido può attraversare le pareti laterali del tubo, le portate in massa nei punti 1 e 2 devono essere uguali.

16

- Riassumendo, **l'equazione di continuità dice che la portata in massa ha lo stesso valore in ogni posizione lungo un tubo che ha un unico punto di entrata e un unico punto di uscita della corrente fluida.**
- La portata in massa si ricava dalla seguente formula:

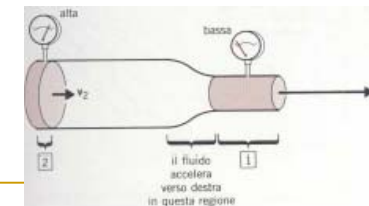
$$\Delta m / \Delta t = Q_m = \rho A v = \text{costante}$$

- L'unità di misura della portata in massa nel Sistema Internazionale è il chilogrammo al secondo (kg/s).

17

Teorema di Bernoulli

- Per un fluido ideale in moto (corrente irrotazionale, fluido non-viscoso e incompressibile), quando il fluido che fluisce in un tubo orizzontale incontra una regione in cui la sezione trasversale ha un'area ridotta, la pressione del fluido diminuisce. Il motivo è il seguente. Quando si muove verso valle, dalla regione 2 alla regione 1, il fluido aumenta la propria velocità (accelera), come è richiesto dal principio di conservazione della massa espresso dall'equazione di continuità. Per la seconda legge di Newton, il fluido che accelera deve essere soggetto a una forza non-equilibrata che può esistere soltanto se la pressione nella regione 2 è maggiore della pressione nella regione 1.

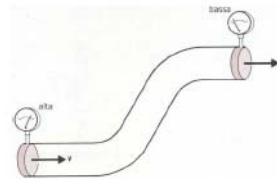


18

- Perciò, in un tubo orizzontale, la pressione diminuisce quando la velocità del fluido aumenta (minore area della sezione trasversale) e, viceversa, la pressione aumenta quando la velocità del fluido diminuisce (maggiore area della sezione trasversale).

In secondo luogo, se il fluido subisce un aumento della quota, come nella figura, la pressione in basso è maggiore della pressione alla sommità. Questa affermazione si basa sulla legge di Stevino.

Ciò detto, il **teorema di Bernoulli** altro non è che il principio di **conservazione dell'energia meccanica, applicato ad un fluido in movimento.**



19

Per spiegare il **principio di conservazione dell'energia meccanica**, partiamo dal concetto di lavoro compiuto da una forza. Esso è quantificabile dal prodotto scalare della forza per lo spostamento: $L = F \cdot s$ (con F e s agenti nella medesima direzione).

Dalla seconda legge di Newton sappiamo che:

$$F = m \cdot a$$

e quindi possiamo ricavare: $L = m \cdot a \cdot s$

D'altronde, dalla cinematica sappiamo che $v_f^2 = v_i^2 + 2a \cdot s$ e quindi $a \cdot s = (v_f^2 - v_i^2) / 2$

Da cui:

$$L = m (v_f^2 - v_i^2) / 2 \text{ ossia } L = 1/2 m v_f^2 - 1/2 m v_i^2$$

Il termine **$1/2 m v^2$** prende il nome di **energia cinetica**.

Di conseguenza possiamo dire che il lavoro compiuto da una forza (o da una risultante di forze) fa variare l'energia cinetica del sistema.

20

- A questo punto, possiamo scomporre il lavoro L in due contributi: il lavoro compiuto da una forza particolare, la forza gravitazionale, (L_g) e quello compiuto da tutti gli altri tipi di forze (L_{ng}).

$$L = L_g + L_{ng}$$

- Il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale (o forza peso) può essere espresso come segue:

$$L_g = F_g s$$

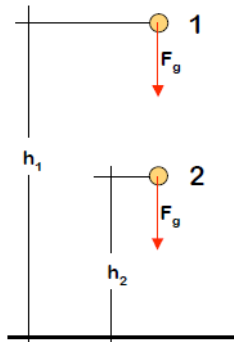
- In questo caso lo spostamento s avviene sempre in direzione verticale e quindi può essere espresso in termini di differenza di quota.

- Facendo riferimento alla figura, il lavoro compiuto dalla forza gravitazionale nel portare l'oggetto da 1 a 2 è dato da:

$$L_g = F_g (h_1 - h_2) \text{ e dato che } F_g = mg:$$

$$L_g = mgh_1 - mgh_2$$

- Il termine mgh prende il nome di **energia potenziale**.



21

- La somma dell'energia cinetica e dell'energia potenziale prende il nome di **energia meccanica**:

$$E_m = E_c + E_p$$

- Tornando ora alla relazione $L = L_g + L_{ng}$ e alla luce di quanto visto, possiamo dire che:

$$1/2mv_f^2 - 1/2mv_i^2 = mgh_1 - mgh_2 + L_{ng}$$

- oppure che:

$$L_{ng} = (1/2m v_f^2 + mgh_2) - (1/2mv_i^2 + mgh_1)$$

- ossia:

$$L_{ng} = E_{mf} - E_{mi}$$

- Ossia il lavoro compiuto dalle forze non gravitazionali fa variare l'energia meccanica del sistema.

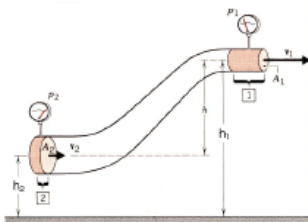
- Da cui, estendendo, se su un sistema non agiscono forze esterne alla gravità o se queste forze non compiono lavoro ($L_{ng}=0$), l'energia meccanica finale sarà uguale all'energia meccanica iniziale ($E_{mf} = E_{mi}$), cioè si conserva. (**PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA MECCANICA**)

22

- Applichiamo ora il principio di conservazione ad un fluido ideale in moto. L'energia meccanica posseduta dal fluido nella sezione 2 è minore di quella posseduta nella sezione 1. Infatti, sia la quota h_2 che la velocità v_2 sono inferiori alle corrispondenti della sezione 1. Di conseguenza, l'energia potenziale e quella cinetica a loro proporzionali saranno maggiori in 1.

- Dovranno esistere forze diverse dalla forza gravitazionale che compiono un lavoro (L_{ng}). Queste sono le **forze di pressione** ($F = PA$), maggiori in 2.

$$L_{ng} = Fs = (P_2A_2s_2 - P_1A_1s_1) = (1/2m v_1^2 + mgh_1) - (1/2mv_2^2 + mgh_2)$$



23

Ma $A_2s_2 = A_1s_1 = V$ (volume), dunque:

$$(P_2 - P_1)V = (1/2m v_1^2 + mgh_1) - (1/2mv_2^2 + mgh_2)$$

A sua volta il volume può essere espresso come rapporto tra la massa (m) e la densità (ρ)

$$(P_2 - P_1) m / \rho = (1/2m v_1^2 + mgh_1) - (1/2mv_2^2 + mgh_2)$$

Da cui, semplificando la massa e riarrangiando i termini si ottiene:

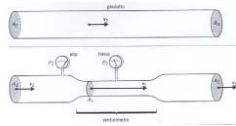
$$P_1 + 1/2 \rho v_1^2 + \rho gh_1 = P_2 + 1/2 \rho v_2^2 + \rho gh_2$$

noto come **Teorema di Bernoulli**

24

Venturimetro

- È un dispositivo per misurare la velocità di un fluido.
- Supponiamo che si debba determinare la velocità di un fluido in un tubo orizzontale. Si può ottenere la velocità con un venturimetro sostituito a un tratto del tubo,



- Quando il fluido in moto entra nella parte stretta del venturimetro, la velocità del fluido cresce da v_2 a v_1 , e la pressione del fluido decresce da P_2 a P_1 . In base a una misurazione di queste pressioni e alla conoscenza delle aree delle sezioni trasversali del tubo e del venturimetro, si possono determinare la velocità del fluido, e la portata in volume, per mezzo del teorema di Bernoulli (per i fluidi ideali).

25

Esercizi

- Ad un condotto circolare di diametro 0,1 m in cui scorre acqua è collegato un tubo di Venturi consistente in una riduzione locale del condotto fino ad un diametro di gola di 0,07 m. Il tubo di Venturi è strumentato con 2 prese di pressione statica che misurano una pressione di 765 mmHg all'imbocco della strizione e 752 mmHg nella sezione di gola. Determinare la portata in massa del condotto.

26

Perdite di carico distribuite

- In un tubo in cui scorre un fluido le perdite di carico corrispondono alle perdite di pressione: per calcolarle si può utilizzare l'equazione che esprime la velocità in funzione della variazione di pressione.

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{8vL\mu}{R^2}$$

in cui v e μ sono rispettivamente la velocità media e la viscosità del fluido, L ed R la lunghezza del condotto e il raggio della sua sezione.

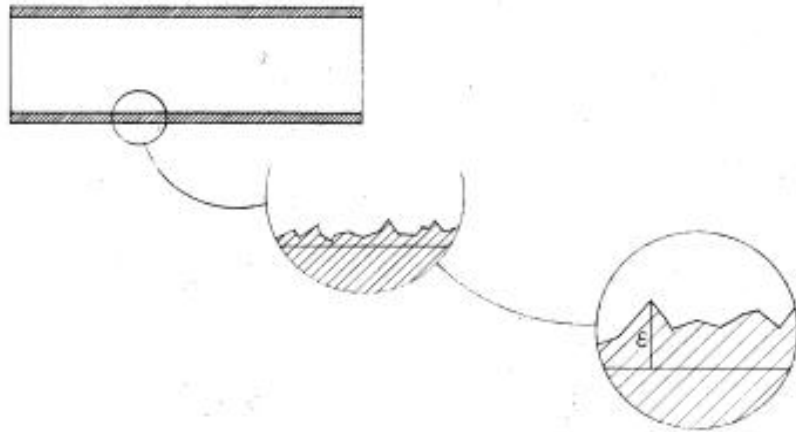
- La perdita di carico è quindi direttamente proporzionale alla **viscosità** e alla **velocità del fluido** e alla **lunghezza del tubo** ed è *inversamente proporzionale al quadrato del raggio della sezione*. Ad ogni metro di tubo corrisponde quindi una certa perdita di carico; inoltre, più il fluido scorre veloce, più energia viene dissipata.

27

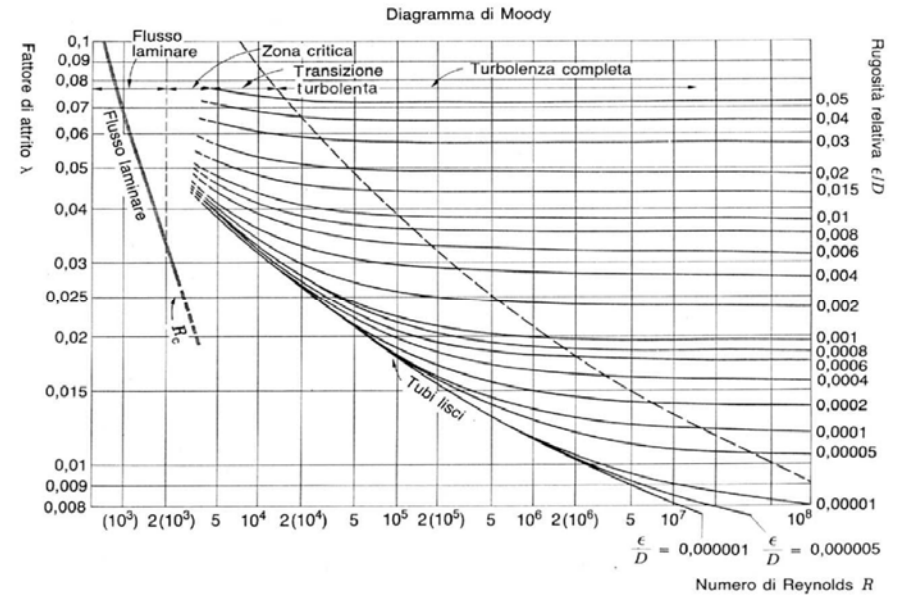
- Poiché le perdite di carico risultano proporzionali alla lunghezza del condotto, si considerano distribuite lungo il condotto stesso e per questo vengono definite perdite distribuite.
- Il numero puro $64/Re$ prende il nome di fattore di attrito e viene indicato con le lettere f , ma tale espressione non ha validità generale: è esatta solo nel caso particolare di regime laminare completamente sviluppato, con tubo di sezione circolare e superficie liscia.
- Il fattore di attrito non è una costante ed è definito come quel numero puro ricavato sperimentalmente e che dipende principalmente da tre fattori:
- numero di Reynolds.
- rugosità relativa: che si indica con il rapporto adimensionale ε/D , dove ε è la rugosità, definita come l'altezza media delle asperità in millimetri sulla superficie della parete, e D il diametro in millimetri del tubo.
- un parametro che dipende dalla distanza x dal punto di imbocco del tubo ed è pari a x/D . Tale dipendenza scompare nel regime sviluppato che, nel caso più frequente di regime turbolento, si instaura dopo solo 10 diametri.

28

Rugosità



29



30

- Nel caso in cui non abbiamo un tubo cilindrico, ma di altre forme, sempre regolari, posso utilizzare le stesse formule e lo stesso diagramma introducendo però il concetto di *diametro equivalente* dato dal rapporto tra quattro volte l'area della sezione e il perimetro bagnato (parte del tubo dove c'è contatto tra fluido e pareti)

$$D_e = \frac{4A}{P_{bagnato}}$$

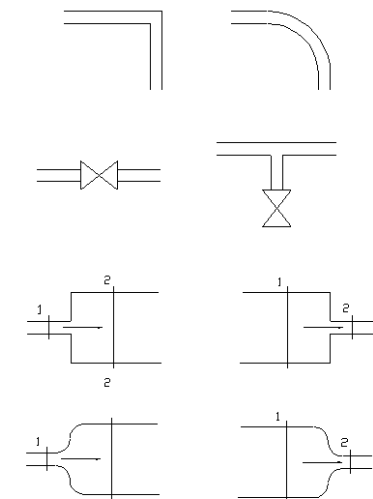
- Ma nel caso di tubo a sezione quadrata di lato L si ha:

$$D_e = 4L^2 / 4L = L$$

31

Perdite di carico concentrate

- Le perdite di carico distribuite non sono le uniche cause di cadute di pressione nei condotti idraulici. Esistono infatti anche le perdite di carico dette concentrate o localizzate. Esse sono dovute agli ostacoli come, ad esempio curve, gomiti, valvole, brusche variazioni di pressione, che il fluido può incontrare mentre scorre all'interno del tubo.



















32

- Sono schematizzati uno spigolo vivo ed una curva ben raccordata (che danno una perdita di carico diversa), un rubinetto (la perdita di carico dipende da quanto il rubinetto è aperto ed è comunque non nulla anche se questo è completamente aperto), una diramazione che termina con un rubinetto (c'è perdita di carico anche se il rubinetto è chiuso), un tubo la cui sezione si allarga in un caso e si restringe nell'altro in modo brusco e dolce.
- Le perdite di carico concentrate hanno un'espressione coerente con quella delle perdite di carico distribuite. Ma a differenza di queste ultime, le perdite di carico concentrate non dipendono dalla lunghezza del tubo. Indicando con β il fattore di attrito, l'espressione delle perdite di carico concentrate è:

$$\Delta p = \beta \frac{\rho v^2}{2}$$

33

http://www.caleffi.it/caleffi/it_IT/Site/Technical_library/Technical_tools/Pressure_drop_chart/Water/index.sdo

Diámetro interno tubi in acciaio inox, rame e materiale plastico		Ø = 16 mm	18 - 28 mm	30 - 54 mm	> 54 mm
Diámetro tubi in acciaio		3/8" - 1/2"	3/4" - 1"	1 1/4" - 2"	> 2"
Tipo di resistenza localizzata	Simbolo				
Curva stretta a 90°	 r/d = 1,5	2,0	1,5	1,0	0,8
Curva normale a 90°	 r/d = 2,5	1,5	1,0	0,5	0,4
Curva larga a 90°	 r/d > 3,5	1,0	0,5	0,3	0,3
Curva stretta a U	 r/d = 1,5	2,5	2,0	1,5	1,0
Curva normale a U	 r/d = 2,5	2,0	1,5	0,8	0,5
Curva larga a U	 r/d > 3,5	1,5	0,8	0,4	0,4
Allargamento		1,0			
Restringimento		0,5			
Diramazione semplice con T a squadra		1,0			
Confluenza semplice con T a squadra		1,0			
Diramazione doppia con T a squadra		3,0			
Confluenza doppia con T a squadra		3,0			
Diramazione semplice con angolo inclinato (45° - 60°)		0,5			
Confluenza semplice con angolo inclinato (45° - 60°)		0,5			
Diramazione con curve d'invito		2,0			
Confluenza con curve d'invito		2,0			

34